

电磁场与电磁波

作业：7.12，7.14-7.16

第22讲

7.4 微带谐振器

7.5 介质谐振器

7.6 开放式谐振器

7.7 谐振器与传输线的耦合

魏兴昌

浙江大学

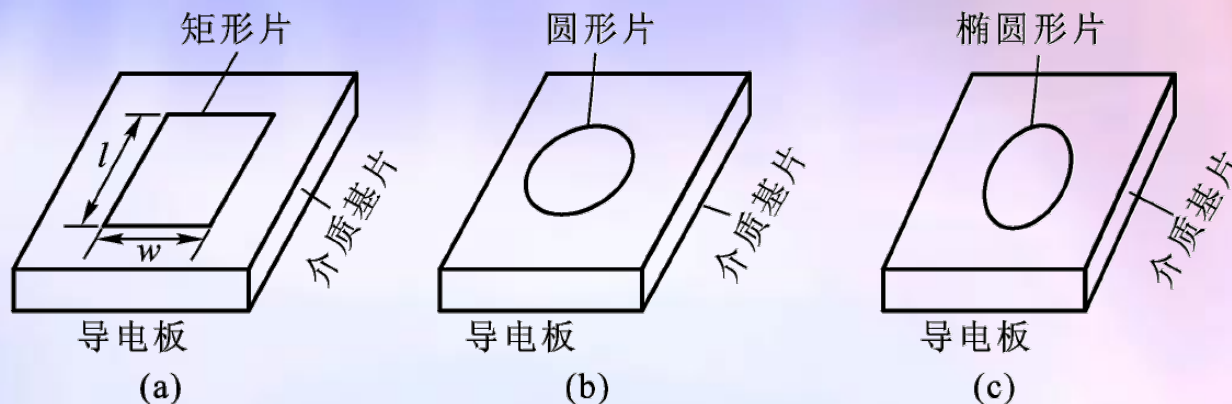
weixc@zju.edu.cn

7.4 微带谐振器

7.5 介质谐振器

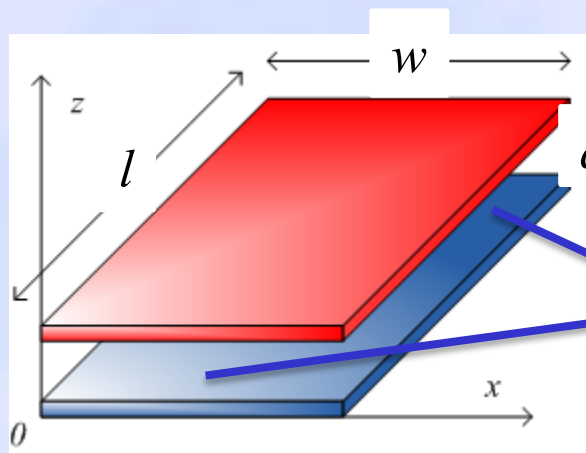
7.6 开放式谐振器

7.7 谐振器与传输线的耦合



微带谐振器结构

磁壁分析方法



四周为理想磁壁 (PMC);
上下为理想电壁 (PEC)。
形成一个封闭的谐振腔

谐振频率

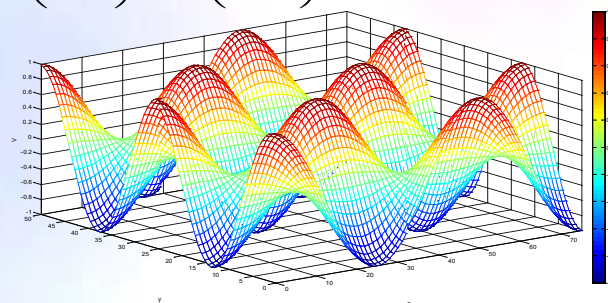
$$k_z = 0, \quad k_x = \frac{m\pi}{W}, \quad k_y = \frac{n\pi}{l},$$

$$k_{mn}^2 = \omega_{mn}^2 \mu \epsilon = \left(\frac{m\pi}{W} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \quad m, n=0,1,2,\dots$$

对比矩形金属腔的谐振频率

$$k_{mnp}^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l} \right)^2$$

为了补偿边缘效应，采用等效长度、宽度



TM₃₄模

$$\frac{2\pi f_{mn}}{v} = \left(\frac{m\pi}{W} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2$$

此处m, n都可以为零，对应直流时电容

7.4 微带谐振器

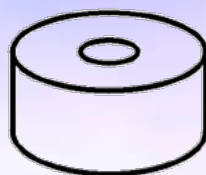
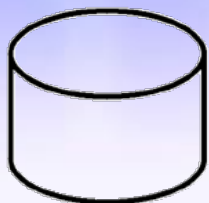
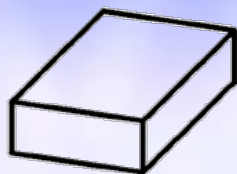
7.5 介质谐振器

7.6 开放式谐振器

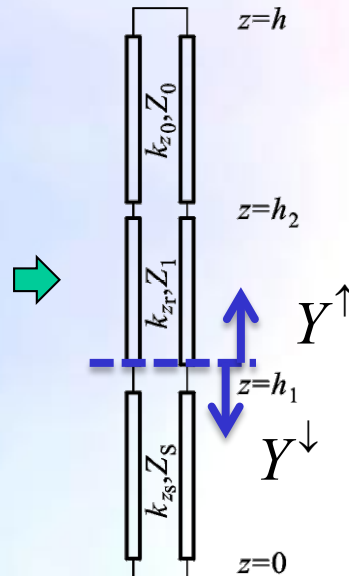
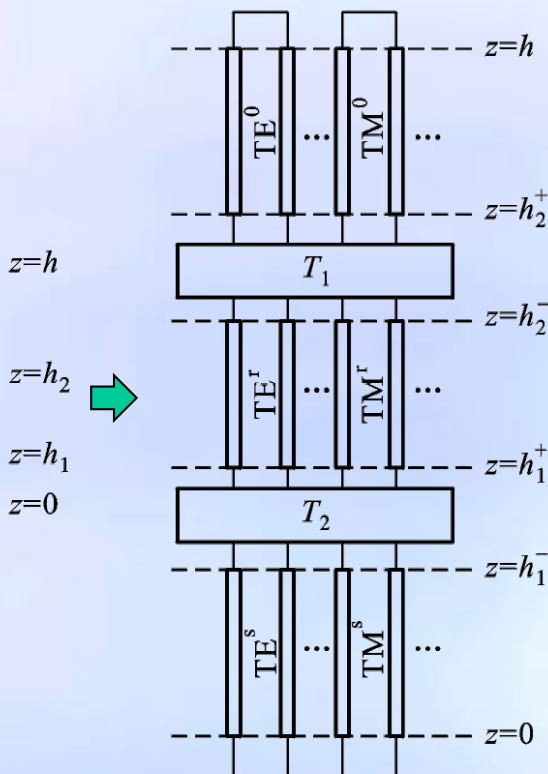
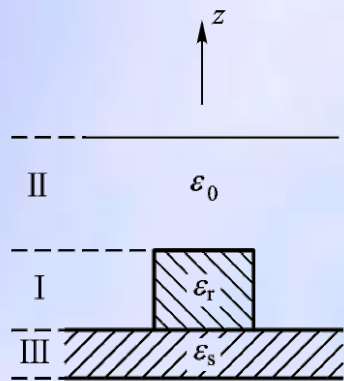
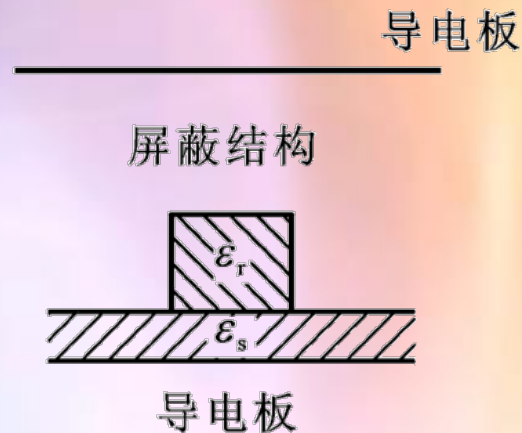
7.7 谐振器与传输线的耦合

介质谐振器

6



介质谐振器的结构



简化T1、T2

分析方法

横向谐振条件：

$$Y^{\uparrow} + Y^{\downarrow} = 0$$

$Y^{\uparrow}, Y^{\downarrow}$ 是 ω 的函数

介质谐振器

7

以孤立的圆柱形谐振器为例。
场偶对称（中间开路）、TE模

$$Y^\uparrow + Y^\downarrow = 0$$

$$Y^\uparrow = Y_0$$

$$Y^\downarrow = jY_1 \tan \frac{k_{z1}l}{2}$$

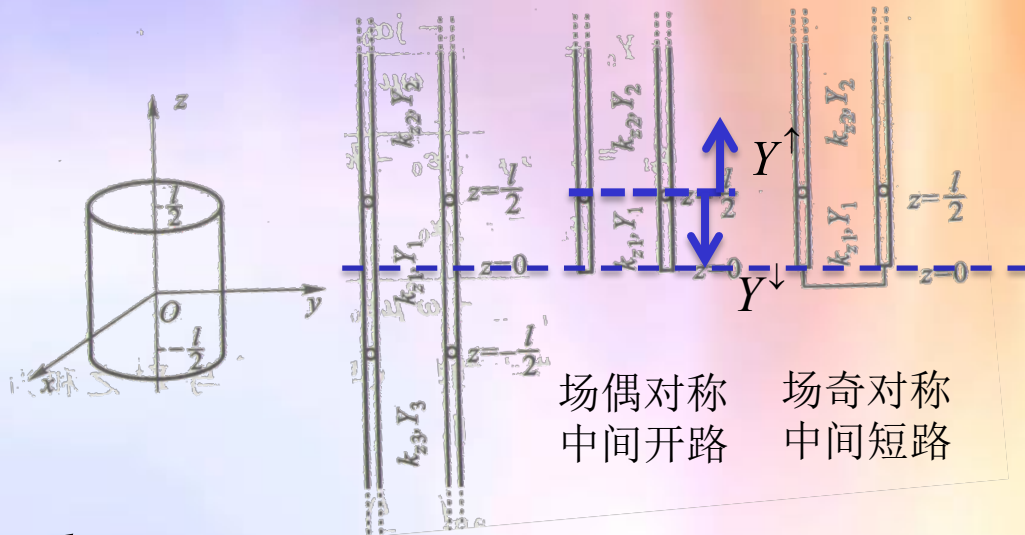
为了满足z向谐振条件，取

$$\begin{cases} k_0 < k_{t0} \\ k_{t1} < k_1 = k_0 \sqrt{\epsilon_{r1}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_{z0} = \sqrt{k_0^2 - k_{t0}^2} = -j\sqrt{k_{t0}^2 - k_0^2} = -j\alpha_0 \\ k_{z1} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_{r1} - k_{t1}^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_0 = k_{z0} / \omega\mu = -j\alpha_0 / \omega\mu \\ Y_1 = k_{z1} / \omega\mu \end{cases}$$

$$-j \frac{\alpha_0}{\omega\mu} + j \frac{k_{z1}}{\omega\mu} \tan \frac{k_{z1}l}{2} = 0$$



$$-j \frac{\alpha_0}{\omega \mu} + j \frac{k_{z1}}{\omega \mu} \tan \frac{k_{z1} l}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\alpha_0}{k_{z1}} = \tan \frac{k_{z1} l}{2}$$

得到 $k_{z1} = \frac{p + \delta'}{l} \pi, \quad p=0,2,4,\dots, \quad \delta' = \frac{2}{\pi} \arctan \frac{\alpha_0}{k_{z1}}$

代入色散关系，得到谐振频率

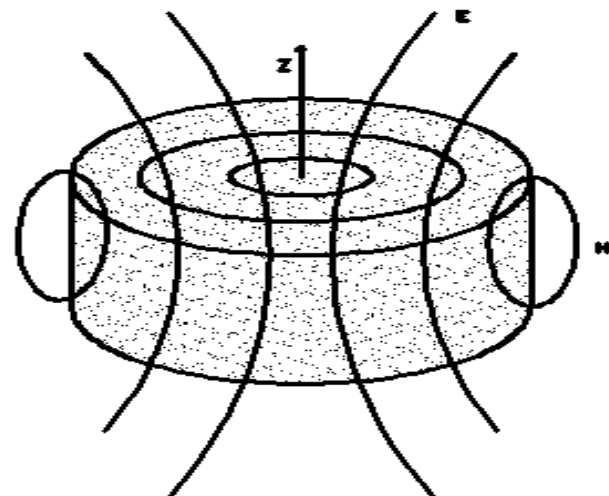
$$k_1^2 = \omega^2 \mu \epsilon_1 = k_{t1}^2 + k_{z1}^2 = k_{t1}^2 + \left(\frac{p + \delta'}{l} \pi \right)^2$$

根据对6.8节对光纤的分析，得到 k_{t1} 、 k_{t0} 、 k_{z1} 、 α_0 ，从而得到谐振频率 ω 。场偶对称（中间开路）、TE模的工作模式：

TE_{mn(p+δ')}。最低模式TE_{0nδ'}。

光纤的最低模式：LP₀₁模

$$k_{t1}^c = \frac{P_{m-1,n}}{a}$$



7.4 微带谐振器

7.5 介质谐振器

7.6 开放式谐振器

7.7 谐振器与传输线的耦合

1. 模式竞争

谐振器中可以存在多个模式，绝大部分器件希望工作于单一模式，如果谐振器中存在多个模式，如何保证谐振器工作于所需的单一模式，或抑制不希望的模式（干扰模）对所需工作模的竞争，这就是所谓**谐振器模式竞争的抑制**问题。

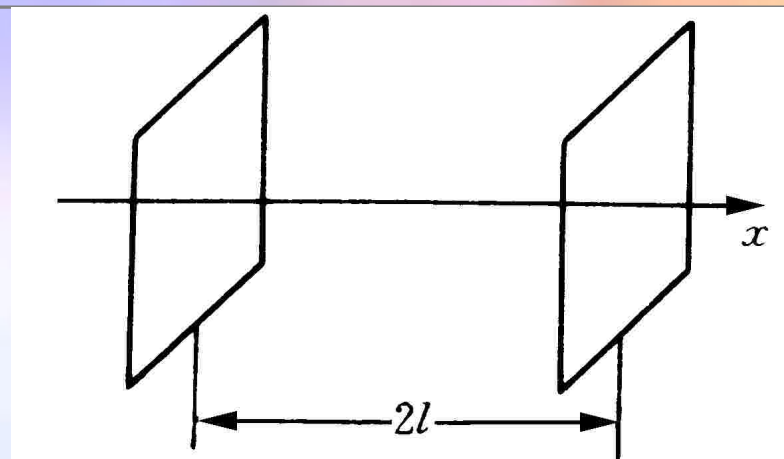
2. 抑制谐振器模式竞争的方式

- (1) 谐振器只工作于最低模，其它模处于截止状态。如只工作于 TE_{101} 模的矩形空腔谐振器。
 - (2) 虽然工作于高次模，但其他模（尤其是比工作模序号低的模）振荡不起来。
 - a. 激励方式只有利于工作模激励起来（ TE_{011} 圆柱谐振器的对称小孔激励）。
 - b. 增加非工作模损耗（ TE_{011} 模非接触式活塞后面吸收物质）。
 - c. 截断非工作模电流（如 TE_{011} 模非接触式活塞）。
- ## 3. 开放式谐振器中，利用衍射损耗，抑制非垂入射电磁波模式的振荡。

1. 法布里—珀罗谐振器

两个镜面间多次反射形成谐振。

2. 开放式谐振器中的特殊问题： 存在衍射损耗



平面镜腔示意图

3. 开放式谐振器中模式竞争问题的 解决与获得高 Q 值振荡的原因：

只有那些非常接近正入射镜面的波、镜面间多次反射后逃逸出镜间的部分占的比重很小，即衍射损耗很小，才能建立起有足够高 Q 值的振荡模式，相反地以较大入射角斜入射镜面的波，不需经多次反射即逃逸出镜面空间，衍射损耗大，不能形成稳定的振荡。

7.4 微带谐振器

7.5 介质谐振器

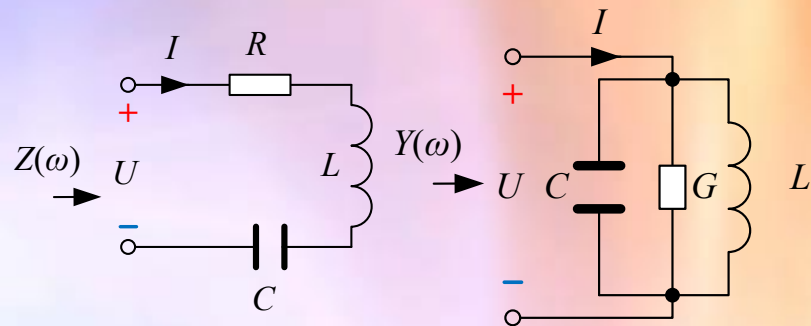
7.6 开放式谐振器

7.7 谐振器与传输线的耦合

品质因数的广义定义 (1)

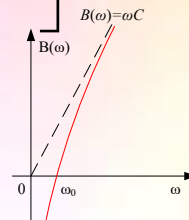
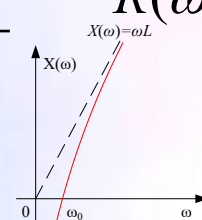
13

谐振器阻抗/导纳实部 R/G 在 ω_0 附近基本不变。 $Z(\omega)$
 阻抗虚部在 ω_0 附近随 $\delta\omega$ 近似线性变化。



$$Z(\omega) = R(\omega_0) + j \left[X(\omega_0) + \delta\omega \frac{\partial X(\omega_0)}{\partial \omega} + \dots \right] \approx R(\omega_0) \left[1 + j \frac{\delta\omega}{R(\omega_0)} \frac{\partial X(\omega_0)}{\partial \omega} \right]$$

$$Y(\omega) \approx G(\omega_0) \left[1 + j \frac{\delta\omega}{G(\omega_0)} \frac{\partial B(\omega_0)}{\partial \omega} \right]$$



对比

$$\begin{cases} Z(\omega) \approx R \left(1 + j 2Q_0 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \\ Y(\omega) \approx G \left(1 + j 2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega} \right) \end{cases}$$

得到

$$\begin{cases} Q_0 = \frac{1}{2} \omega_0 \frac{\frac{\partial X(\omega_0)}{\partial \omega}}{R}, \text{串联谐振} \\ Q_0 = \frac{1}{2} \omega_0 \frac{\frac{\partial B(\omega_0)}{\partial \omega}}{G}, \text{并联谐振} \end{cases}$$

$$Z(\omega) = R \left(1 + j Q_0 \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega \omega_0} \right) = R \left(1 + j Q_0 \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega \omega_0} \right) = R \left(1 + j Q_0 \frac{\delta\omega (\delta\omega + 2\omega_0)}{(\delta\omega + \omega_0) \omega_0} \right)$$

品质因数的广义定义 (2)

分析 LCR 串联谐振电路的固有振荡时，由于电阻 R 上的损耗，振荡不断衰减，电容器两端电压（或流经电感的电流）按如下规律衰减

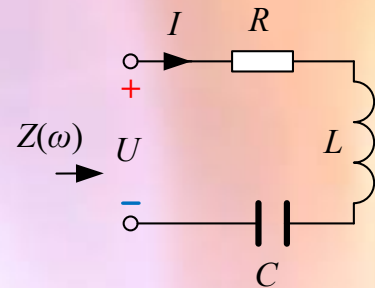
$$u = u_0 e^{j\omega_0 t} e^{-\frac{R}{2L}t} = u_0 e^{j\omega t}$$

式中 $\omega = \omega_0 + j\frac{R}{2L}$ 为复数，称为复频率，其实部、虚部之比为

$$\frac{\text{Re}(\omega)}{\text{Im}(\omega)} = \frac{2\omega_0 L}{R} = 2Q_0$$

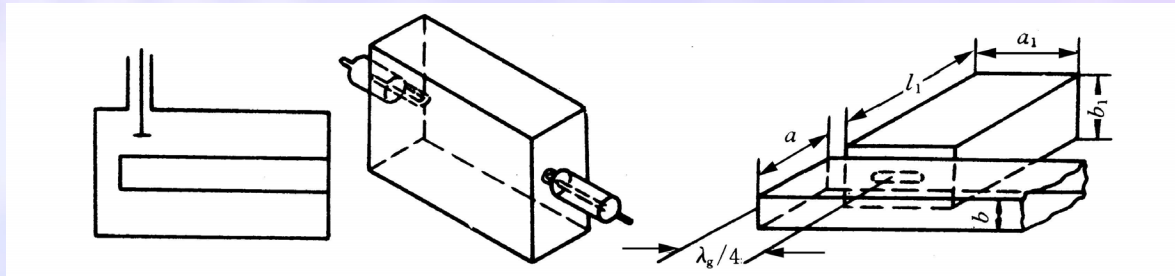
所以 Q_0 也可按下式定义 $Q_0 = \frac{1}{2} \frac{\text{Re}(\omega)}{\text{Im}(\omega)}$

ω 是复频率。电磁场软件HFSS计算腔体谐振时，计算结果含有复频率。



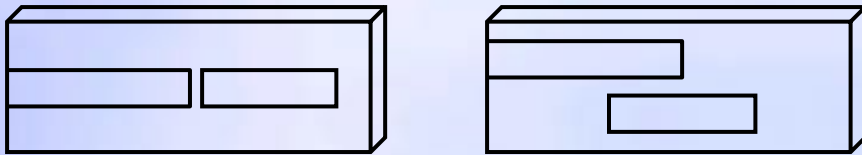
谐振器与传输线的耦合

空腔谐振器与同轴线、波导的耦合



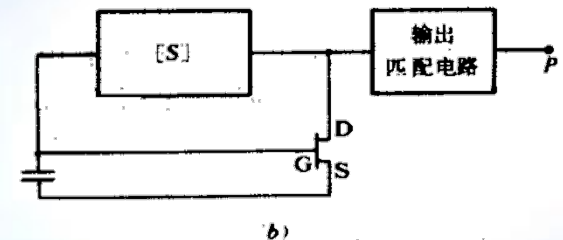
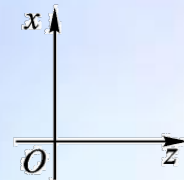
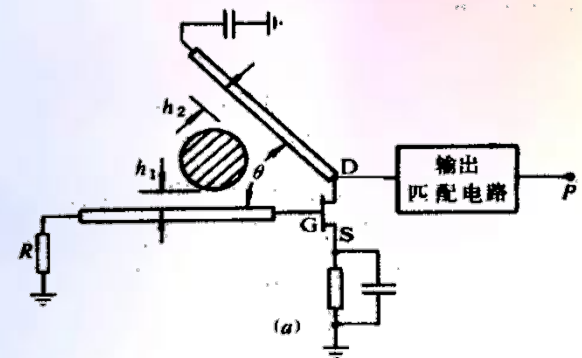
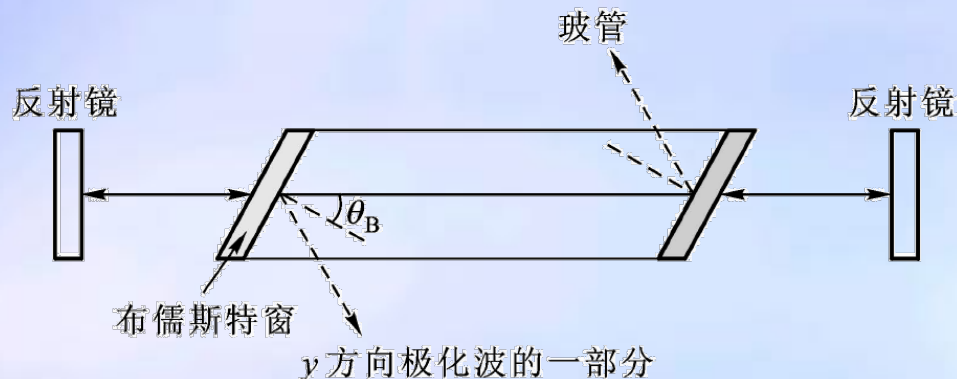
探针、耦合环和孔激励起的场分布与谐振器的场分布要尽可能一致

微带线与微带谐振器耦合

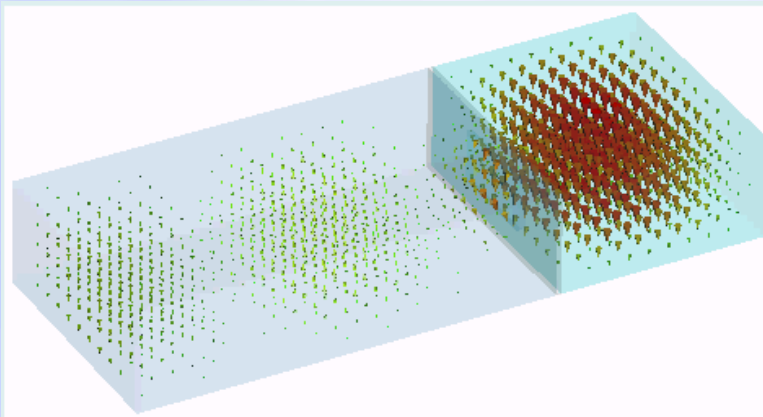


微带线与介质谐振器耦合

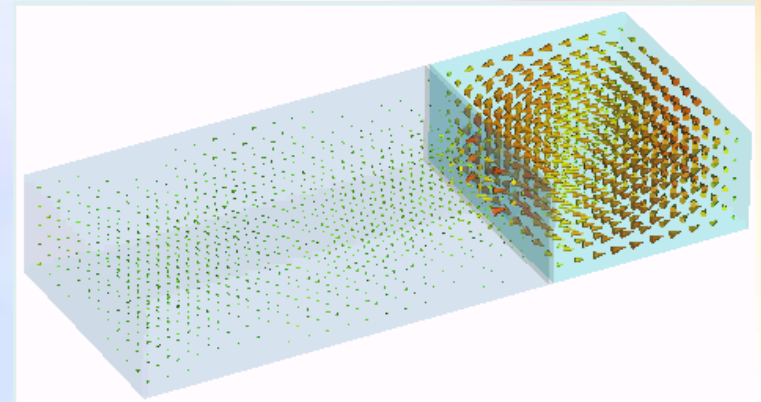
光波段谐振器通过半透明膜与外界耦合



波导与空腔谐振器的耦合



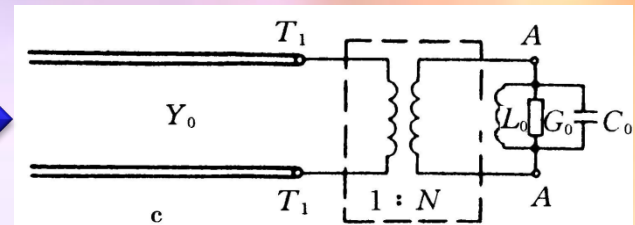
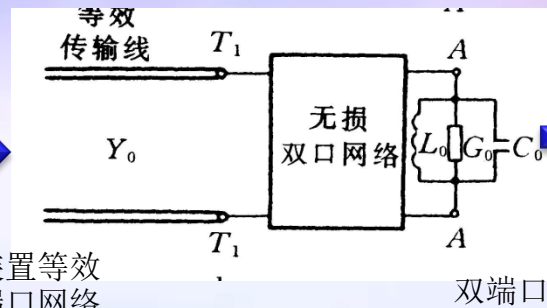
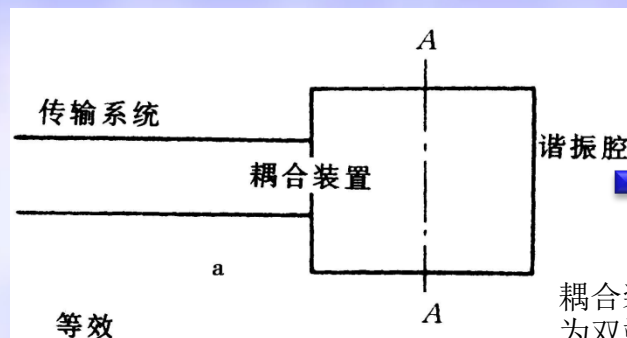
电场



磁场

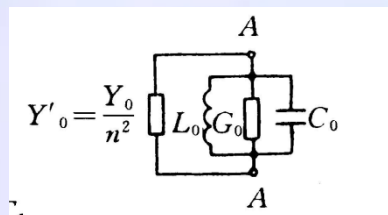
谐振器与传输线耦合的等效电路

17

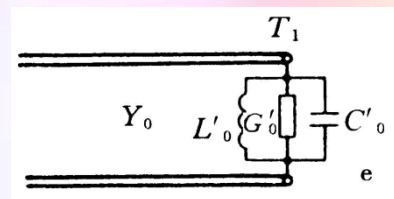


双端口网络简化为升压变压器

从谐振器角度看



从传输线角度看



Q_0 :固有品质因数
 Q_e :外观品质因数
 Q_L :有载品质因数

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e}$$

$$\begin{cases} Q_0 = \frac{\omega C_0}{G_0} \\ Q_e = \frac{\omega C_0}{Y'_0} \\ Q_L = \frac{\omega C_0}{Y'_0 + G_0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} G'_0 = n^2 G_0 \\ C'_0 = n^2 C_0 \\ L'_0 = \frac{L_0}{n^2} \end{cases}$$

谐振器与传输线耦合的等效电路

18

耦合度 $\beta = \frac{Y_0}{G'_0} = \frac{1}{g'_0}$

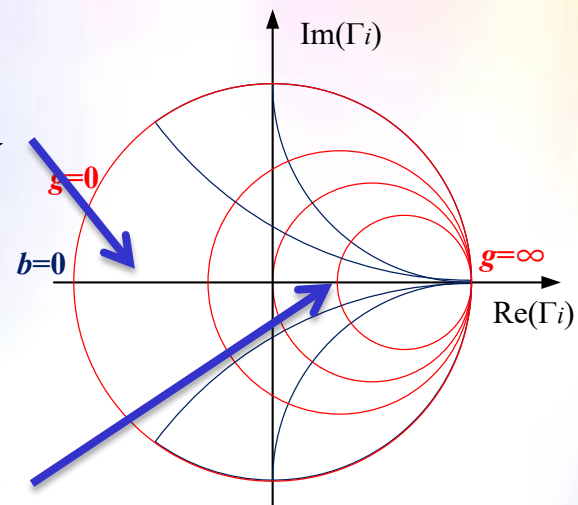
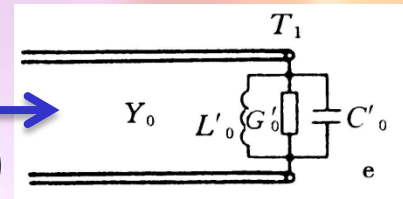
g'_0 为 G'_0 被 Y_0 归一化后的值, 又有 $\beta = \frac{Y'_0}{G_0}$

在谐振器谐振频率 ω_0 上 $j\omega_0 C'_0 + \frac{1}{j\omega_0 L'_0} = 0$

$$\Gamma(\omega_0) = \frac{Y_0 - G'_0}{Y_0 + G'_0} = \frac{1 - g'_0}{1 + g'_0}$$

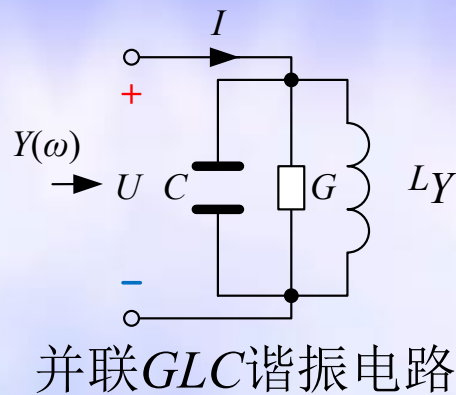
$$\rho(\omega_0) = \frac{1 + |\Gamma(\omega_0)|}{1 - |\Gamma(\omega_0)|} = \begin{cases} \frac{1}{g'_0}, & g'_0 < 1 \\ g'_0, & g'_0 > 1 \end{cases}$$

$\Gamma_i(\omega_0)$ 在电流波峰



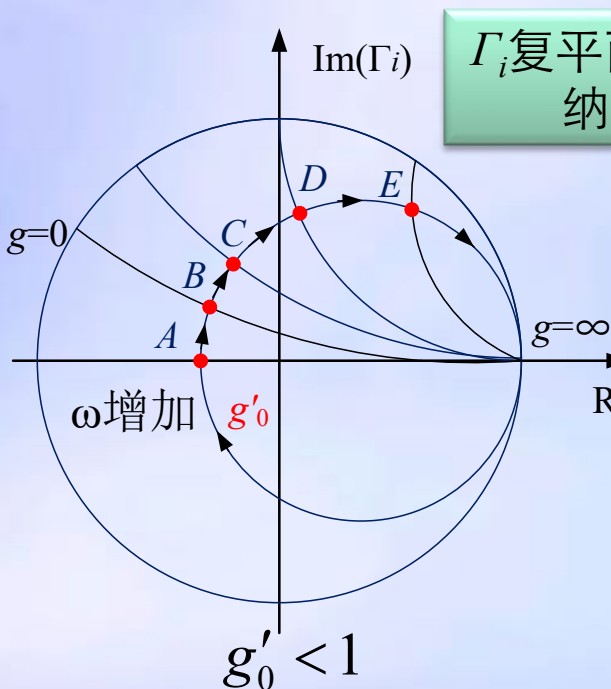
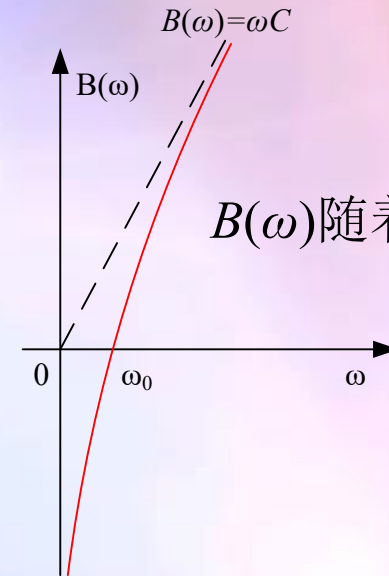
Γ_i 复平面上的导纳圆图

驻波系数在谐振频率附近的变化

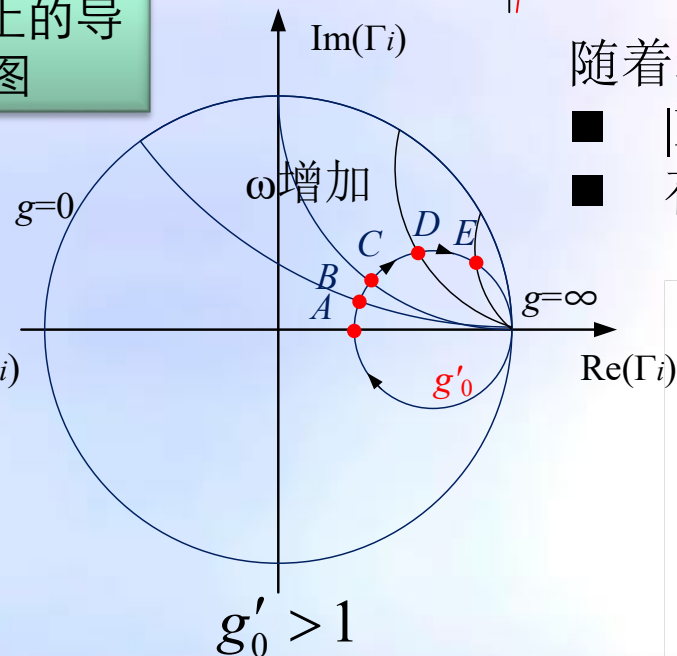


输入导纳

$$LY(\omega) = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = G + jB(\omega)$$

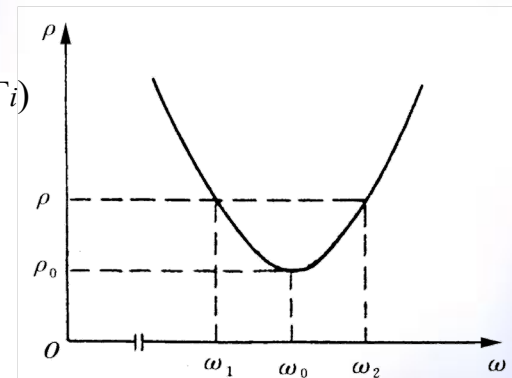


Γ_i 复平面上的导纳圆图

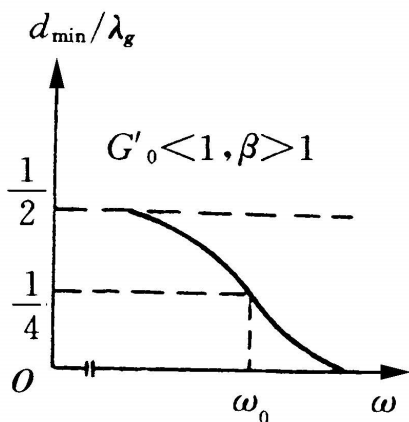
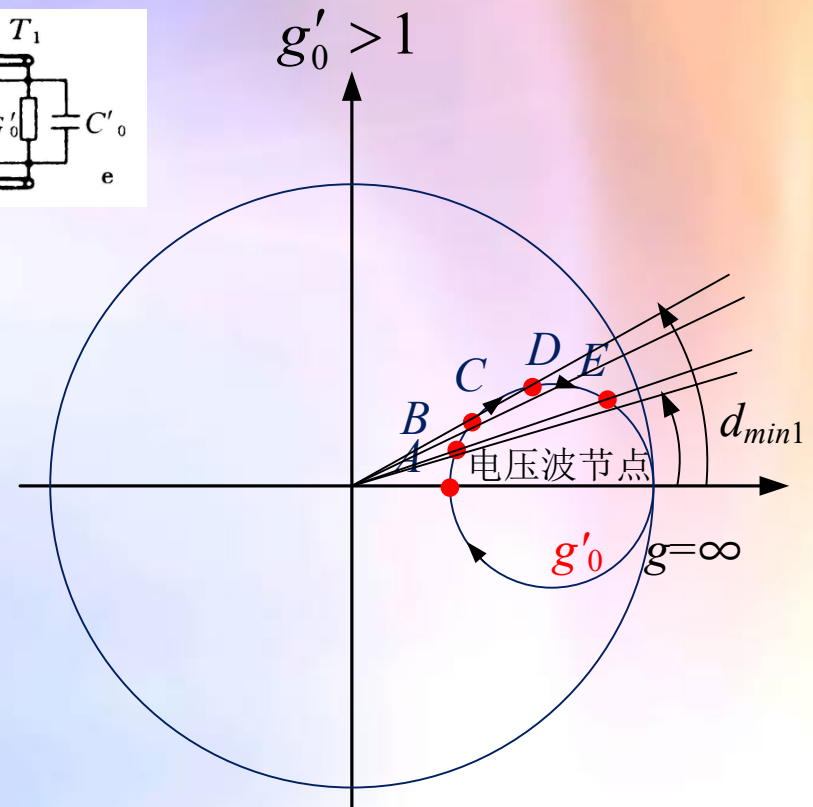
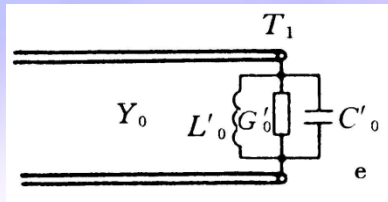
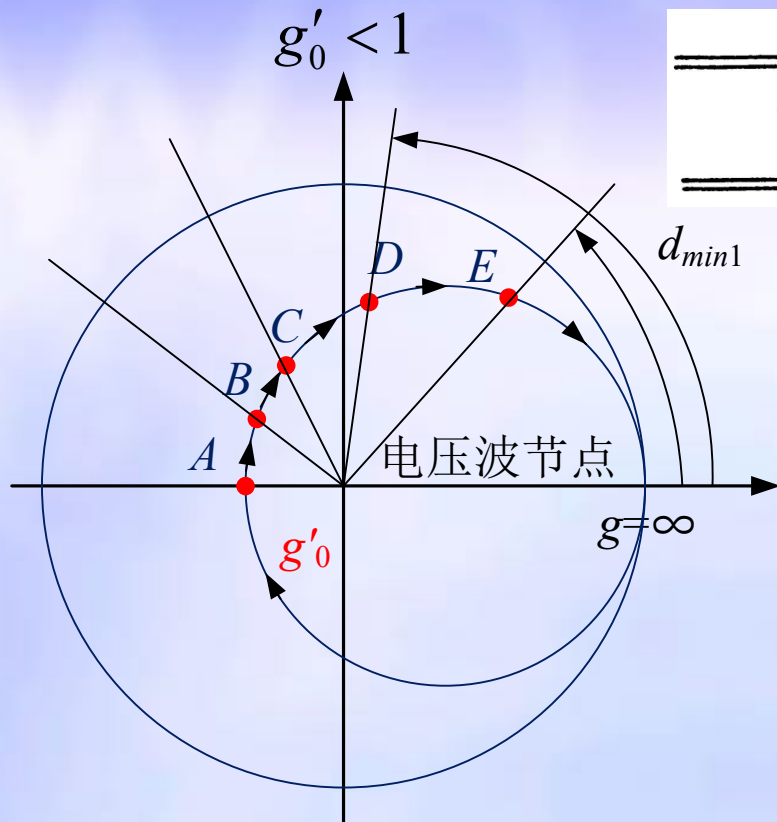


随着频率偏离 ω_0 :

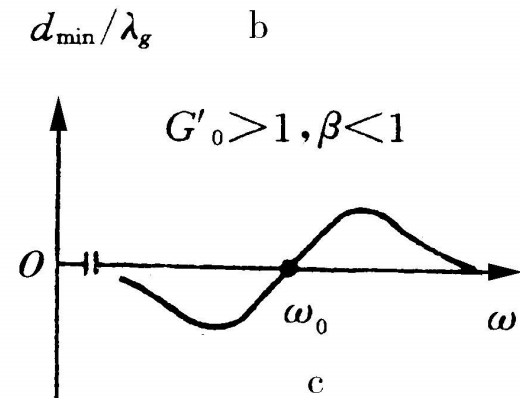
- $|\Gamma|$ 增加, ρ 增加
- 存在一个 $|\Gamma|$ 和 ρ 最小点



驻波最小点位置在谐振频率附近的变化



$$g'_0 = \begin{cases} 1/\rho_0, & (d_{min} \text{ 随频率单调变化}) \\ \rho_0, & (d_{min} \text{ 随频率非单调变化}) \end{cases}$$



谐振器特征参数的测量

测量基本思路

在谐振频率附近，谐振器阻抗 $Z(\omega)$ （或 $Y(\omega)$ ）是频率的敏感函数，如能测出 $Z(\omega) - \omega$ （或 $Y(\omega) - \omega$ ）曲线当能提取到谐振器的特征参数。高频时 $Z(\omega)$ 、 $Y(\omega)$ 不易直接测量，但 $Z(\omega)$ （或 $Y(\omega)$ ）与 $|\Gamma(\omega)|$ 、 $(\rho, d_{\min 1})$ 是等价的，因而可通过 $(\Gamma(\omega) - \omega)$ 或 $(\rho - \omega, d_{\min 1} - \omega)$ 测量提取谐振器的特征参数。

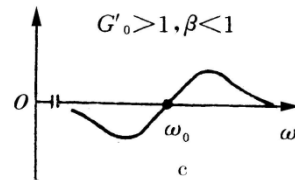
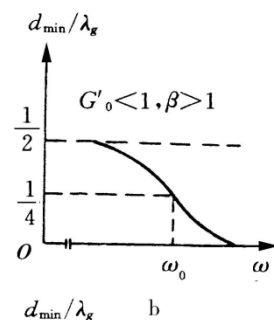
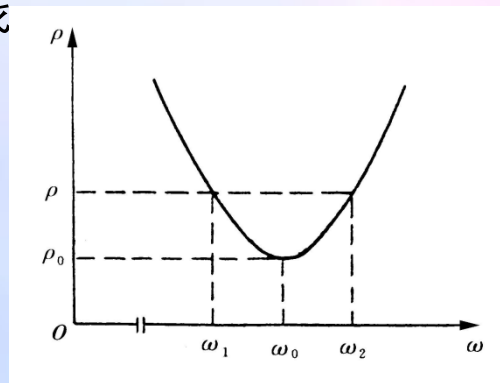
方法一：利用 ω_0 附近 $(\rho - \omega, d_{\min 1} - \omega)$ 曲线参数提取：

1. $\rho - \omega$ 曲线上最小的 ρ_0 对应 ω_0 ；
2. 由 $d_{\min 1}$ 随频率是否单调变化可以求 g'_0

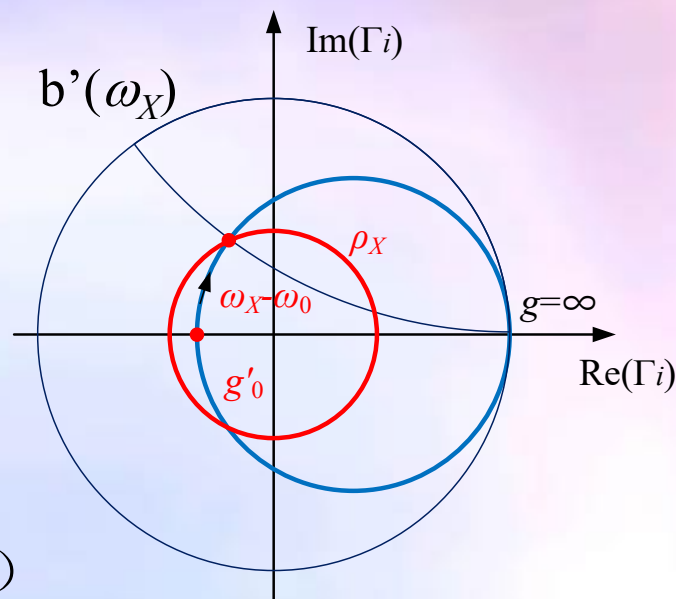
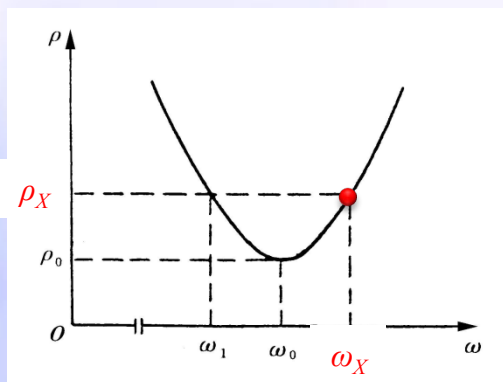
$$g'_0 = \begin{cases} 1/\rho_0, (d_{\min} \text{ 随频率单调变化}) \\ \rho_0, (d_{\min} \text{ 随频率非单调变化}) \end{cases}$$

以及

$$\beta = \frac{1}{g'_0}$$



3. 计算 Q_0



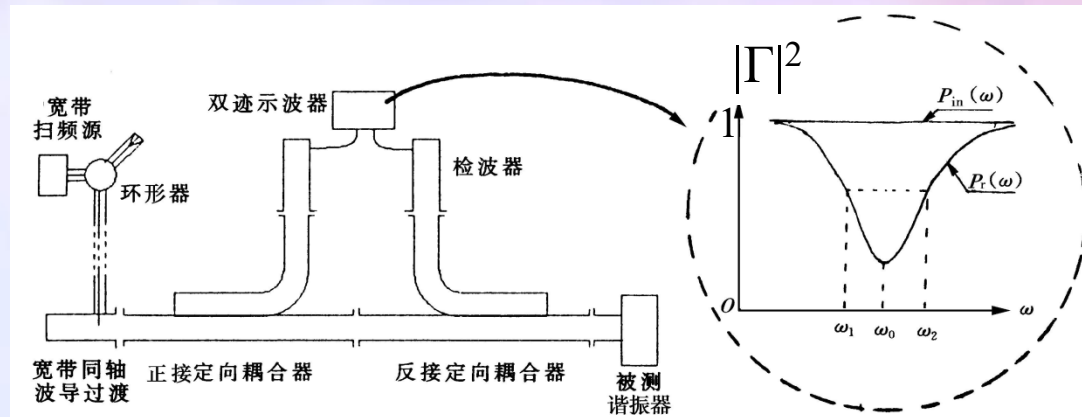
在 $\rho - \omega$ 曲线上任取一点 (ρ_X, ω_X)

由等 g'_0 圆与 ρ_X 圆的交点得到 $b'(\omega_X)$

$$Q_0 = \frac{1}{2} \omega_0 \frac{\partial B'(\omega)}{\partial \omega} \bigg/ G'(\omega_0) \approx \frac{1}{2} \omega_0 \frac{B'(\omega_X)}{|\omega_X - \omega_0|} \bigg/ G'(\omega_0) = \frac{1}{2} \omega_0 \frac{b'(\omega_X)}{|\omega_X - \omega_0|} \bigg/ g'_0(\omega_0)$$

谐振器特征参数的测量

方法二：利用 ω_0 附近 Γ 的幅度和相角变化-矢量网络分析仪方法



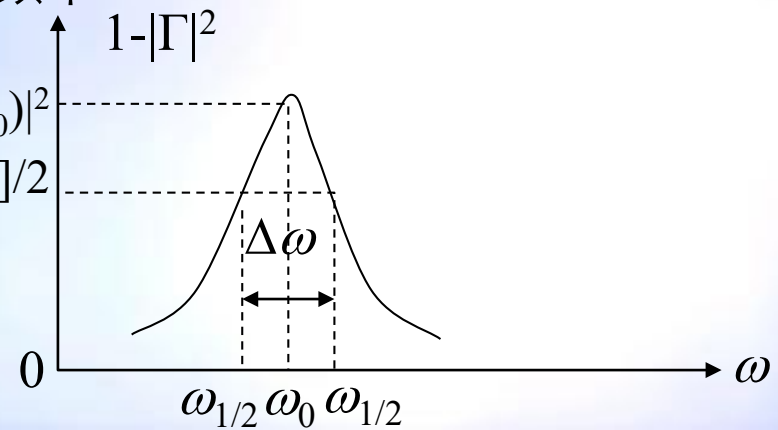
1. $|\Gamma|^2$ 表示归一化反射功率： $|\Gamma(\omega)|^2 = \frac{P_r}{P_i}$

输入功率不变， ω_0 为反射功率最小点对应的频率。

2. $1-|\Gamma|^2$ 表示归一化谐振器吸收的功率： $1-|\Gamma(\omega_0)|^2$

$$Q_L = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}, \quad \Delta\omega \text{ 为 3dB 带宽}^*$$

*可参见后面的说明



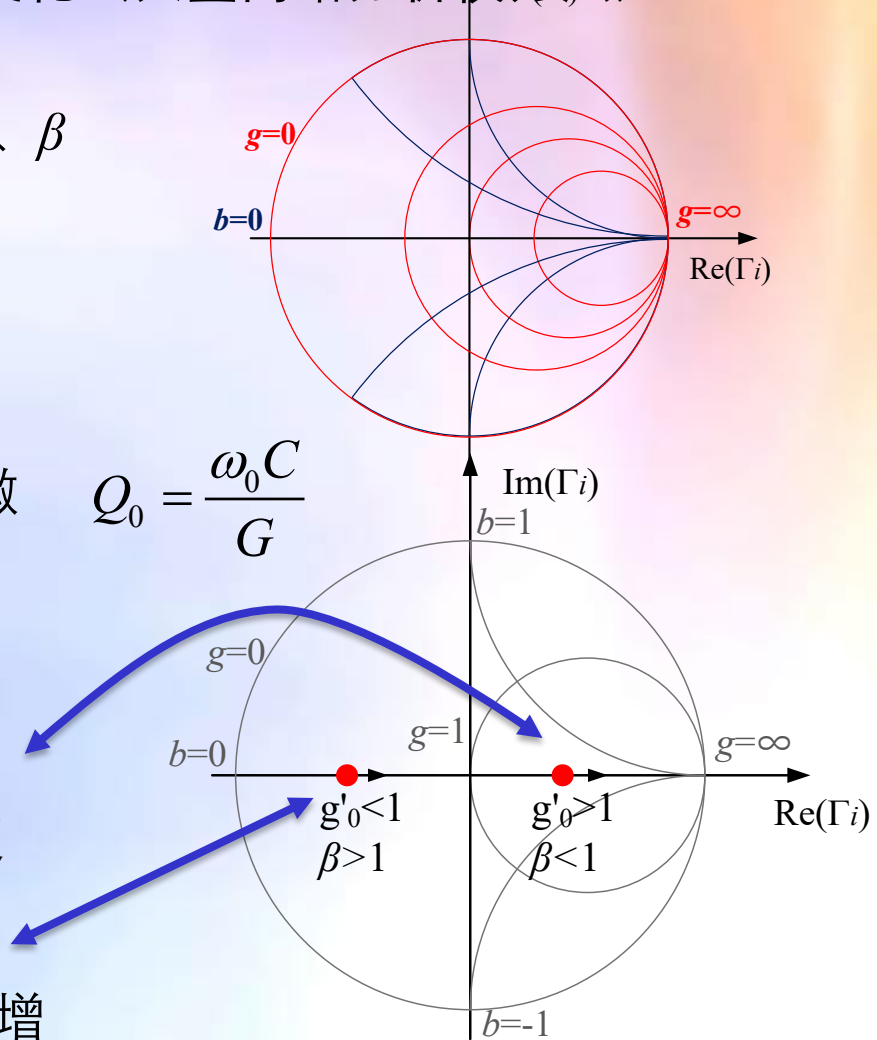
谐振器特征参数的测量

方法二：利用 ω_0 附近 Γ 的幅度和相角变化（矢量网络分析仪方法）

3. $\Gamma(\omega_0) \rightarrow \Gamma_i(\omega_0)$ 在圆图上的位置求 g'_0 、 β

习题7.15：判断 β 大小的另一种方法－微扰法。腔内插入一小损耗（如插入青草叶子），相当于增加谐振腔的损耗，即增加 G 。

- 如果随微扰损耗增加， ω_0 这一点反射功率单调增加，则 $\beta < 1$ ；
- 如果反射功率开头变小到零，后又增加，则 $\beta > 1$ 。



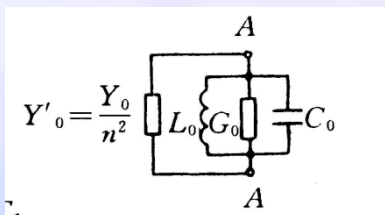
复习要点

- 微带谐振器、介质谐振器、光学谐振器基本工作原理及特点要掌握。
- 谐振器与外电路的耦合有三种，即电耦合、磁耦合与混合耦合、谐振器与外电路的耦合可用耦合度 β 或外观品质因数 Q_e 来表示。谐振器可以看作一个对频率敏感的负载，通过谐振频率附近谐振器作为一个频率可变负载特性的测量，即可从测量数据中提取谐振器的特征参数及其与外电路的耦合程度。

复习范围

7.4~7.7

从谐振器角度看

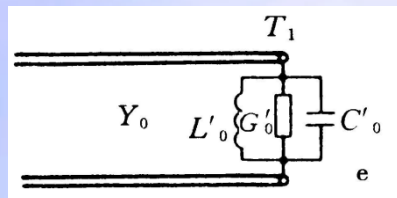


$$Y(\omega_0) = G_0 + \frac{Y_0}{n^2}$$

$\omega_{1/2}$ 时, Y的实部和虚部的绝对值相等

$$Y(\omega_{1/2}) = G_0 + \frac{Y_0}{n^2} \pm j \left(G_0 + \frac{Y_0}{n^2} \right)$$

从传输线角度看



$$\Gamma(\omega_0) = \frac{1 - g'_0}{1 + g'_0}$$

$$\Gamma(\omega_{1/2}) = \frac{1 - [g'_0 \pm j(g'_0 + 1)]}{1 + [g'_0 \pm j(g'_0 + 1)]}$$

$$1 - |\Gamma(\omega_0)|^2 = \frac{(1 + g'_0)^2 - (1 - g'_0)^2}{(1 + g'_0)^2}$$

$$1 - |\Gamma(\omega_{1/2})|^2 = \frac{(1 + g'_0)^2 - (1 - g'_0)^2}{2(1 + g'_0)^2}$$

所以
$$1 - |\Gamma(\omega_{1/2})|^2 = \frac{1 - |\Gamma(\omega_0)|^2}{2}$$